série n°18 4ème.sc

Exercice N°1:

Soit l'équation (E) : $2y'+3y=6x-5$

1/ Soit $f(x)=ax+b$

Déterminer a et b pour que f soit solution de (E)

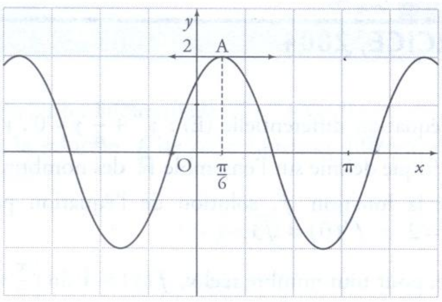
2/a) Montrer que $g(x)-f(x)$ est solution de (E') : $2y'+3y=0$ ssi g est solution de (E)

b) Résoudre alors (E)

Exercice N°2 :

1) Résoudre l'équation différentielle (E) : $4y''+9y=0$.
2) On désigne par f la solution particulière de l'équation différentielle (E) dont la représentation graphique est donnée ci-contre. Il est précisé que la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point A $\left(\frac{\pi}{6};2\right)$

   Déterminer une expression de f(x).
3) Montrer que, pour tout nombre réel x ; $f(x)=2\cos\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)$
4) Calculer $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} f(x)dx$. Interpréter graphiquement le résultat.



Exercice N°3

On donne les équations différentielles : $(E_0): y'-2y=0$ et $(E): y'-2y=2(e^{2x}-1)$

1/ Résoudre (E_0)

2/ Vérifier que $f(x)=2xe^{2x}+1$ est solution de (E)

3/a) Montrer que $(g-f)$ est solution de (E_0) si et seulement si g est solution de (E)

b) Résoudre alors (E)

4/a) Montrer que la solution de (E) qui s'annule en 0 est $h(x)=(2x-1)e^{2x}+1$

b) Vérifier que $1-h(x)\geq 0$ pour tout $x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$ en déduire l'aire limitée par la courbe de h dans un repère orthonormé et les droites d'équations $x=0$, $x=\frac{1}{2}$ et $y=1$

Exercice N°4

Une étude statistique a prouvé que la durée d'un appel téléphonique X (exprimée en minutes) suit une loi exponentielle de paramètre 0,3.

1/ Calculer la probabilité qu'un appel dure entre deux et cinq minutes
2/ Calculer la probabilité qu'un appel dépasse cinq minutes
3/ Calculer la probabilité qu'un appel ne dépasse pas deux minutes

4/ On sait qu'une minute d'appel coût 0,125 dinars.
Calculer la probabilité que le coût d'un appel dépasse 2 dinars.

Exercice N°5

Un quincaillier achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20 % au premier fournisseur, 50 % au deuxième fournisseur et 30 % au troisième fournisseur.
Le premier fournisseur fabrique 97 % d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98 % d'ampoules sans défaut, le troisième fournisseur fabrique 95 % d'ampoules sans défaut.

1. On choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note D l'événement « l'ampoule est défectueuse », F_1 l'événement « l'ampoule provient du premier fournisseur », F_2 l'événement « l'ampoule provient du deuxième fournisseur » et F_3 l'événement « l'ampoule provient du troisième fournisseur ».
 (a) Calculer la probabilité de l'événement D, notée $P(D)$.
 (b) Sachant que l'ampoule choisie est défectueuse, quelle est la probabilité $P_D(F_1)$ qu'elle provienne du premier fournisseur ?
 Donner la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-3} près de $P_D(F_1)$.
2. On suppose que la probabilité qu'une ampoule soit sans défaut est de 0,969.
On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité R qu'une ampoule au plus soit défectueuse.
On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près de R.
3. La durée de vie en heures d'une ampoule, notée T, suit une loi exponentielle de paramètre
$\lambda = \dfrac{1}{50000} = 2.10^{-5}$.
Selon cette loi, pour tout x de $[0,+\infty[$, $P(T \le x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}\,dt$.

 (a) Quelle est la probabilité P_1 qu'une ampoule dure plus de 25 000 heures ? Donner la valeur exacte de P_1.
 (b) Quelle est la probabilité P_2 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures ? Donner la valeur exacte de P_2.
 (c) Quelle est la probabilité P_3 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 25 000 heures ? Donner la valeur exacte de P_3.